List of selected exercises

1 Recommended Exercises from JR

201, 202, 204, 206, 210, 301, 302, 303, 304

2.6 Övningsuppgifter

201. Man har observerat livslängderna hos 8 energilampor av viss modell och fann följande (timmar):

$$6022 \quad 6003 \quad 6074 \quad 5697 \quad 6130 \quad 6201 \quad 5548 \quad 5812$$

Beräkna medelvärde och standardavvikelse för livslängden.

202. För provstycken av en typ av betong studerar man tryckhållfastheten, och har beräknat medelvärdet $\bar{x} = 40.3$ MPa och variansen $s^2 = 8.4$ (MPa)^2. Beräkna variationskoefficienten.

203. För ett datamaterial med 5 observationer har man beräknat medelvärdet 3.1. På grund av slarv i bokföringen har värdet på en av observationerna försvunnit. Beräkna detta, om de fyra återstående observationerna är

$$2.3, \quad 3.7, \quad 2.9, \quad 4.1.$$

204. Vid intrimningen av en ny maskin studeras antalet felaktiga komponenter per timme. Genom mätningar har man funnit medelvärdet 10 och standardavvikelsen 3. För en äldre maskin fann man medelvärdet 15 och standardavvikelsen 4. Beräkna, för de två maskinerna, variationskoefficienterna för antalet felaktiga komponenter.

205. För följande observationer fann man variansen 2.49:

$$3.2, \quad 2.1, \quad 5.7, \quad 4.6.$$

Om till samtliga observationer adderas konstanten 10, finn variansen.

206. I en försöksserie av kretskort togs 14 ut på måfå och antalet felaktiga kondensatorer på vart och ett av korten noterades:

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1$$

Ange variationsbredd och typvärde för antalet felaktiga kondensatorer.

207. Vid en koncern finns två anläggningar, A och B. Uppgifter finns om genomsnittlig bruttoårslön (kkr) och antalet anställda vid anläggningarna enligt följande tabell:

Anläggning	Antal anställda	Genomsnittslön
A	540	320
B	322	280

Beräkna den genomsnittliga bruttoårslönen i koncernen.

208. Antag att vi har följande tre observationspar (x, y):

$$(1.5,\ 3.1),\quad (2.2,\ 3.5),\quad (3.1,\ 20).$$

(a) Skissa ett sambandsdiagram och föreslå utan att räkna, vilken av Pearsons eller Spearmans korrelationskoefficient som bör bli högst.

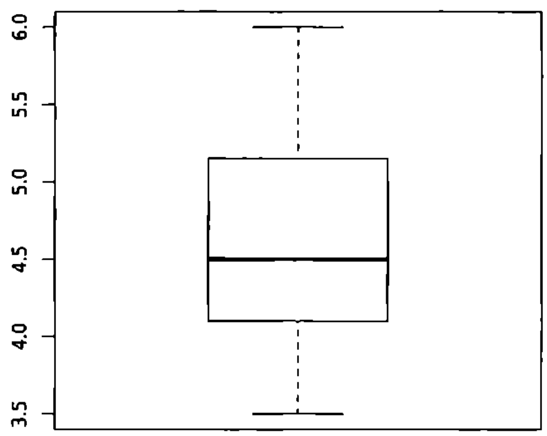
(b) Beräkna Pearsons respektive Spearmans korrelationskoefficient.

209. För ett datamaterial har man konstruerat ett lådagram, se figur 2.10. Använd detta för att ange materialets

(a) median

(b) maximala uppmätta värde

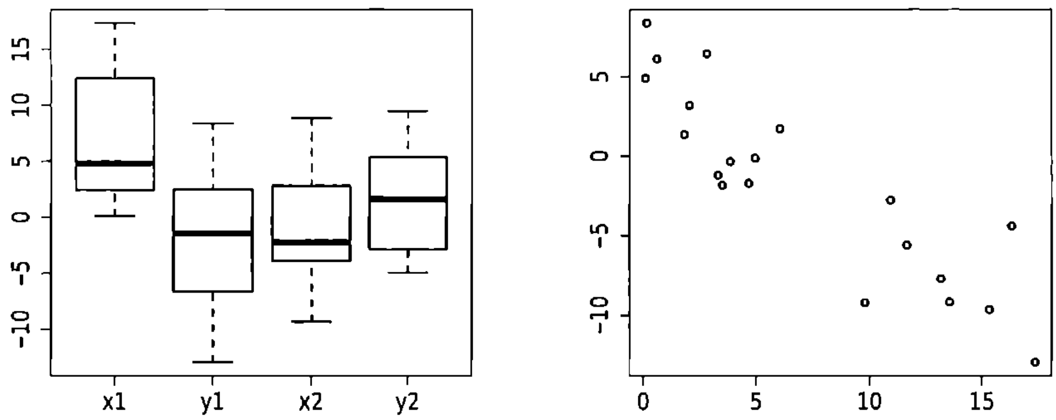
(c) minimala uppmätta värde



Figur 2.10: Lådagram för uppgift 209

210. Betrakta två uppsättningar parvisa observationer, vardera med 20 observationspar:

$$\begin{array}{ll} \text{Datamaterial 1} & (x_1^{(1)}, y_1^{(1)}), \ldots, (x_{20}^{(1)}, y_{20}^{(1)}) \\ \text{Datamaterial 2} & (x_1^{(2)}, y_1^{(2)}), \ldots, (x_{20}^{(2)}, y_{20}^{(2)}) \end{array}$$



Figur 2.11: Figurer för uppgift 210. Vänster: Lådagram för fyra serier. Höger: Spridningsdiagram.

Allt sammantaget rör det sig om fyra serier med data, och dessa visas som lådagram till vänster i figur 2.11.

(a) I figur 2.11 (höger), visas ett spridningsdiagram över två av serierna. Vilka serier visas?

(b) Ange vilken av följande korrelationer som är giltig för observationerna i spridningsdiagrammet (figur 2.11 (höger)):

$$-0.89, \quad -0.12, \quad 0.05, \quad 0.12, \quad 0.89.$$

211. I ekv. (2.2) definierades variansen för ett stickprov:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2.$$

Man kan visa att variansen ekvivalent kan beräknas med uttrycket

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right].$$

Det senare uttrycket kan vara bekvämt att använda vid beräkning med miniräknare, i synnerhet om denna snabbt kan leverera summor och kvadratsummor för inmatade data.[5]

[5] Ofta kan dock miniräknaren numera för inmatade data direkt leverera varians eller standardavvikelse — det alternativa uttrycket har historiska rötter från en tid då andra beräkningstekniker var gällande.

Beräkna standardavvikelsen för livslängderna i uppgift 201 genom att använda det alternativa uttrycket.

Sammanfattning kapitel 2

Övningar kapitel 2

3.7 Övningsuppgifter

301. Händelserna A och B är oförenliga med $\mathsf{P}(A) = 0.2$ och $\mathsf{P}(B) = 0.6$. Bestäm $\mathsf{P}(A \cup B)$.

302. Givet $\mathsf{P}(A) = 0.03$, finn sannolikheten för komplementhändelsen A^*, dvs. beräkna $\mathsf{P}(A^*)$.

303. Händelserna A och B är oförenliga, med $\mathsf{P}(A^*) = 0.2$ och $\mathsf{P}(B) = 0.1$. Beräkna $\mathsf{P}(A \cup B)$.

304. Sannolikheten för att händelsen A inträffar är 0.4. Motsvarande sannolikhet för händelsen B är 0.6. Sannolikheten för att både händelsen A och händelsen B inträffar är 0.2. Beräkna sannolikheten att varken A eller B inträffar.

305. För händelserna A och B gäller att $\mathsf{P}(A) = 1/3$, $\mathsf{P}(B) = 1/4$ och $\mathsf{P}(A \cup B) = 1/2$. Är händelserna A och B oberoende?

306. För händelsen A gäller $\mathsf{P}(A) = 0.15$, och följaktligen $\mathsf{P}(A^*) = 0.85$. Är händelserna A och A^* oberoende?

307. Betrakta två oberoende händelser A och B med $\mathsf{P}(A) > 0$, $\mathsf{P}(B) > 0$. Är händelserna oförenliga?

308. Det går att härleda motsvarigheter till ekv. (3.1) för flera händelser. I fallet med tre händelser A, B och C har man uttrycket

$$\begin{aligned}\mathsf{P}(A \cup B \cup C) \quad = \quad & \mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B) + \mathsf{P}(C) \\ & - \mathsf{P}(A \cap B) - \mathsf{P}(A \cap C) - \mathsf{P}(B \cap C) \\ & + \mathsf{P}(A \cap B \cap C).\end{aligned}$$

För oförenliga händelser A, B och C gäller dock det enklare sambandet

$$\mathsf{P}(A \cup B \cup C) = \mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B) + \mathsf{P}(C).$$

Antag att för de oförenliga händelserna A, B och C gäller $\mathsf{P}(A) = 0.02$, $\mathsf{P}(B) = 0.12$, $\mathsf{P}(C) = 0.03$. Beräkna sannolikheten att minst en av händelserna inträffar.

309. En säljare står i färd med att försöka få förmånliga kontrakt med tre företag A, B och C. Av erfarenhet vet man att chanserna kan vara mer eller mindre goda. Beteckna med A, B och C händelserna att man lyckas få kontrakt med företag A, B resp. C. Det anses känt att $\mathsf{P}(A) = 0.5$, $\mathsf{P}(B) = 0.8$, $\mathsf{P}(C) = 0.2$. Antag att händelserna A, B och C är oberoende och beteckna antalet erhållna kontrakt med X.

(a) Vilka är de möjliga värdena på X?

(b) Beräkna $\mathsf{P}(X = 0)$, $\mathsf{P}(X = 1)$.

(c) Beräkna $\mathsf{P}(X < 2)$.

310. För händelserna A och B gäller $\mathsf{P}(A) = 0.3$, $\mathsf{P}(B) = 0.4$, $\mathsf{P}(A \cup B) = 0.6$ och $\mathsf{P}(A \cap B) = 0.1$. Bestäm den betingade sannolikheten $\mathsf{P}(A|B)$.

311. Man känner sannolikheterna $\mathsf{P}(A) = 0.20$, $\mathsf{P}(B) = 0.30$, $\mathsf{P}(A \mid B) = 0.60$.

(a) Beräkna $\mathsf{P}(A \cap B)$.

(b) Beräkna $\mathsf{P}(A \cup B)$.

(c) Är A och B oberoende händelser?

312. Längs en produktionslinje kontrolleras produkter av två inspektörer, först Anna, sedan Beda. Sannolikheten att Anna missar en felaktig produkt anses vara 0.1. Vidare missar Beda fem av tio felaktiga produkter som passerat Anna. Beräkna sannolikheten att en produkt missas av bägge inspektörerna.

313. Ett företag har tre anläggningar, A, B resp. C, där en viss komponent tillverkas. Enligt tillgänglig statistik tillverkas 30% av komponenterna vid anläggning A, 50% vid anläggning B och resterande andel vid anläggning C. Antag att 1%, 4% resp. 3% av komponenterna tillverkade vid A, B resp. C är defekta. En komponent från företaget väljs på måfå. Ange sannolikheten att denna kommer från anläggning B och är defekt.

314. *Farlig tebjudning.* Antag att det finns sju koppar te, varav två innehåller dödligt gift. Två personer, A och B, dricker varsin kopp. Hur stor är sannolikheten att bägge överlever?

315. Två tärningar kastas. Den första visar 3 ögon. Vad är sannolikheten att summan av ögonen på de bägge tärningarna blir högre än 6?

316. I ett fläktsystem återfinns fem kretskort. Från insamlade data anser man att 1% av kretskorten är defekta. Fläktsystemet anses defekt om minst ett kretskort är defekt. Beräkna sannolikheten att ett slumpvis valt fläktsystem är defekt.

317. Man vill undersöka eventuellt samband mellan val av tidning och partisympatier. Speciellt vill man fokusera på tidningen Dagens Nyheter (DN) och partierna fp respektive s. I en undersökning tillfrågades 100 slumpmässigt utvalda personer, och resultatet visas i tabellen nedan:

	fp	s	Övriga	Summa
Läser DN	10	4	26	40
Läser inte DN	5	6	49	60
Summa	15	10	75	100

Med hjälp av den klassiska sannolikhetsdefinitionen kan vi uppskatta sannolikheter och analysera eventuella beroenden.

(a) Är valet av parti och tidning oberoende för fp?

(b) Är valet av parti och tidning oberoende för s?

318. Under den kyliga årstiden inträffar dagligt avbrott i en industri med sannolikheten 0.1. Hur stor är sannolikheten för minst en dag med avbrott under en arbetsvecka (5 dagar)? Antag oberoende.

319. Från statistik har man funnit att en viss typ av fallskärmshoppning leder till skada i ett fall av femtio. En person, som inte läst sannolikhetslära, menar då att sannolikheten måste vara 100% att skadas om 50 hopp genomförs. Låt oss beräkna diverse sannolikheter.

(a) Finn sannolikheten att 50 hopp inte leder till någon skada alls.

(b) Finn sannolikheten för minst en skada vid 50 hopp.

(c) Finn det maximala antalet hopp n som måste genomföras för att den hoppande personen med en sannolikhet på minst 0.80 inte utsätts för någon skada.

320. En koncern har två system för inkommande meddelanden. System väljs slumpmässigt för ett inkommande meddelande och vardera systemet innefattar två servrar, där fel kan uppkomma vid hanteringen. Sannolikheter för val av system (andel meddelanden i respektive system) samt felsannolikheter för respektive server framgår av följande tabell:

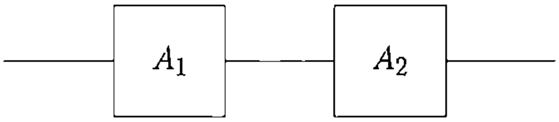
	Andel meddelanden	Server 1	Server 2	Server 3	Server 4
System 1	0.30	0.01	0.015		
System 2	0.70			0.02	0.003

Koncernens kommunikationavdelning hoppas att sannolikheten att ett meddelande kommer fram felfritt är minst 0.95. Undersök detta, genom att beräkna sannolikheten för korrekt överföring.

321. I ett system överförs symboler, 0 eller 1, från en sändare till en mottagare. Två typer av fel kan inträffa vid överföringen av en symbol: fel vid avsändandet, t.ex. om 0 avses sändas, sänds i själva verket 1, resp. felaktig registrering vid mottagandet (om 0 verkligen sänts noteras 1). Antag att sannolikheten för första felet är 0.05 medan sannolikheten för andra felet är 0.001, och att felen inträffar oberoende av varandra.

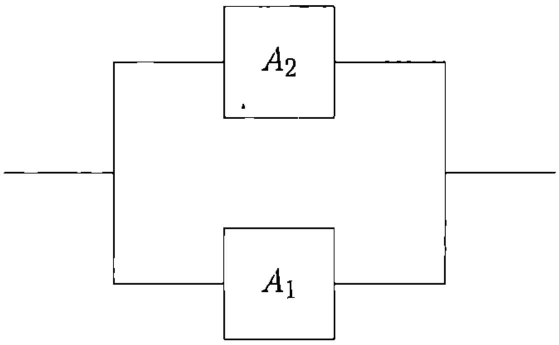
Antag att man vill överföra en viss symbol. Beräkna sannolikheten för korrekt överföring.

322. I ett system fungerar komponenterna A_1 och A_2 vardera med sannolikheten 0.95, se figur 3.4. Antag oberoende och beräkna sannolikheten att systemet fungerar.
Ledning. Systemet fungerar så länge bägge komponenterna fungerar, ett så kallat *seriesystem*.



Figur 3.4: Seriesystem.

323. I ett system fungerar komponenterna A_1 och A_2 vardera med sannolikheten 0.95, se figur 3.5. Antag oberoende och beräkna sannolikheten att systemet fungerar.
Ledning. Systemet fungerar så länge minst en av komponenterna fungerar, ett så kallat *parallellsystem*.



Figur 3.5: Parallellsystem.

Sammanfattning kapitel 3
Övningar kapitel 3
Deltest kapitel 2–3