

Skrivtid 8-13. Tillåtna hjälpmedel: Penna, papper, miniräknare, tabellsamling samt formelsamling (de två sistnämnda finns att ladda ner från kurssidan i Studium). Varje uppgift ger högst 5 poäng. För betygen 3, 4 och 5 krävs minst 18, 25 respektive 32 poäng. Lösningarna ska vara försedda med tydliga motiveringar. När du är klar laddar du upp dina lösningar i Studium. Använd t.ex. någon skanningsapp och skapa en pdf-fil.

1. Låt a vara ett reellt tal. Funktionen f är definierad genom $f(x) = \frac{x+a}{4}$ på intervallet $[0, 2]$, samt 0 för övrigt.
 - (a) Bestäm konstanten a så att funktionen f blir en täthetsfunktion för en viss slumpvariabel X . (2)
 - (b) Beräkna $E[X]$ och $V[X]$. (2)
 - (c) Beräkna $P(X > \frac{1}{2})$. (1)

2. Anna och hennes bror Björn fick en julkalender av sin mormor och en annan av sin farfar. Den första julkalendern innehåller 16 bitar mjölkchoklad och 8 bitar mörk choklad (slumpmässigt fördelade). Den andra innehåller 12 bitar av varje sort (också slumpmässigt fördelade).
 - (a) Anna väljer slumpmässigt en kalender och öppnar den första luckan. Björn öppnar den första luckan i den andra kalendern. Vad är sannolikheten att båda innehåller mjölkchoklad? (1)
 - (b) Vad är sannolikheten att den första luckan i Annas kalender innehåller mjölkchoklad? (2)
 - (c) Första luckan i Annas kalender innehåller mjölkchoklad. Vad är sannolikheten att hon valde kalendern som de fick av sin mormor? (2)

3. En tillverkare av bildelar använder två maskiner A och B i tillverkningsprocessen. Antalet gånger under ett år där maskin A behöver en oplanerad reparation anses vara Poissonfördelat med väntevärde 2. Likaså är antalet gånger under ett år där maskin B behöver en oplanerad reparation Poissonfördelat med väntevärde 3 oberoende av maskin A.
 - (a) Beräkna sannolikheten att maskin A fungerar hela året utan oplanerad reparation. (1)
 - (b) Beräkna sannolikheten att maskin B behöver fler än två oplanerade reparationer under ett visst år. (2)
 - (c) Beräkna sannolikheten att det totala antalet oplanerade reparationer (A och B sammanlagt) under ett visst år är mindre än 4. (2)

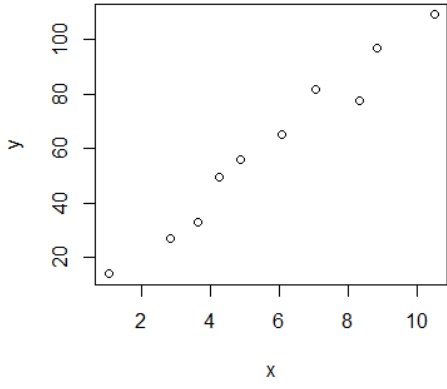
4. Varje student som skriver tentamen i sannolikhet och statistik lämnar in en pdf-fil. Filstorleken fördelning är inte känd, men kursansvarig vet av erfarenhet att väntevärdet är 3.5MB, och standardavvikelsen 2.1MB. Totalt 140 studenter lämnar in (oberoende av varandra). Beräkna approximativt sannolikheten att den totala filvolymen blir större än 500MB. (5)
5. Låt y_1, y_2, \dots, y_n vara ett slumpmässigt stickprov från $Y \sim N(\mu, 2\sigma^2)$ och x vara en oberoende observation från $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ där μ och σ är okända parametrar. Låt \bar{y} beteckna medelvärdet av y_1, y_2, \dots, y_n .
- (a) Visa att $\hat{\mu}_1 = \frac{2x + \bar{y}}{3}$ och $\hat{\mu}_2 = \frac{x + 2\bar{y}}{3}$ är väntevärdesriktiga skattningar av μ . (2)
- (b) För vilka värden på n är $\hat{\mu}_2$ effektivare än $\hat{\mu}_1$? (3)
6. Ett läskedrycksföretag genomför en stor enkät i två olika länder, X och Y. I land X svarade 365 av 1678 personer att de dricker Sepsi, i land Y svarade 402 av 2173 personer det. Bestäm ett lämpligt konfidensintervall med konfidensgrad 95% och avgör om det finns en signifikant skillnad i andelar som dricker Sepsi mellan de två länderna. (5)
7. Matematiska institutionen testar en ny metod för att undervisa statistik. Sex volontärer skriver två prov: före lektionen och efter lektionen. Resultaten (i procent) anges i följande tabell:

Försöksperson	A	B	C	D	E	F
Före	78	82	63	54	60	74
Efter	83	81	67	65	68	77

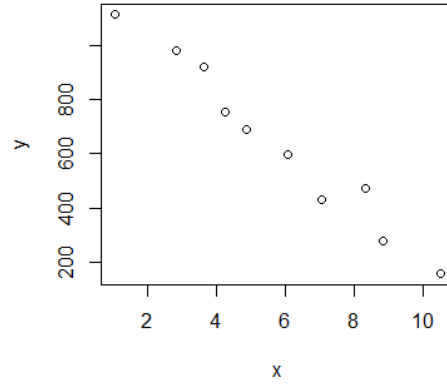
- (a) Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för skillnaden. (4)
- (b) Är den nya metoden effektiv? Motivera ditt svar. (1)

Kom ihåg att redogöra för de modellantaganden du gör.

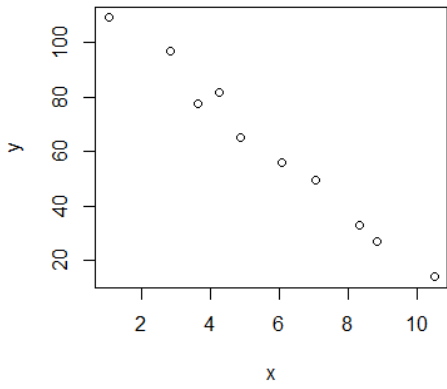
8. Vid ett experiment har tio par (x_i, y_i) observerats. Följande värden beräknades från datamaterialet: $\bar{x} = 5.8$, $\bar{y} = 639.4$, $S_{xx} = 78.7$, $S_{xy} = -8132.4$, $S_{yy} = 866261.7$. Vi använder en enkel linjär regressionsmodell $Y_i = m + kx_i + \epsilon_i$ för att modellera sambandet, där ϵ_i är oberoende och $N(0, \sigma^2)$ -fördelade och σ är okänt.
- (a) Beräkna en skattning av parametern k samt ett 99% konfidensintervall. (2)
- (b) Beräkna en skattning av parametern m . (1)
- (c) Vilken av de fyra figurerna visar datamaterialet? Motivera ditt svar. (2)



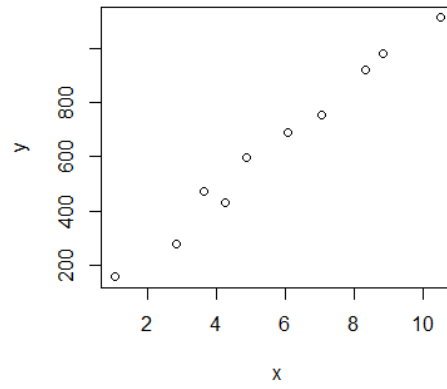
(1)



(2)



(3)



(4)